EXERCICE N°1 — 6 points — 30'

On se propose dans cet exercice de calculer l'intégrale $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin t \ \ln(\sin t)\,dt$

1. Soit f la fonction définie sur $]-1,1[$ par $f(x)=\dfrac{x^2}{1-x^2}$.

a) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x\in]-1,1[$, on a : $f(x)=a+\dfrac{b}{1-x}+\dfrac{c}{1+x}$

b) En déduire la primitive F de f sur $]-1,1[$ qui s'annule en 0.

2. Soit G la fonction définie sur $\left[\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right]$ par $G(x)=F(\cos x)$.

a) Montrer que G est dérivable sur $\left[\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right]$ et que $G'(x)=\dfrac{-\cos^2(x)}{\sin(x)}$

b) En déduire la valeur de $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos^2 x}{\sin x}\,dx$

3. Calculer alors I.

EXERCICE N°2 — 6 points — 35'

On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=-2x^2-1+\ln(x)$

1. a) Dresser le tableau de variation de g.

b) En déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$, $g(x)<0$.

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=-x+1-\dfrac{1}{2}\dfrac{\ln(x)}{x}$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique 2 cm)

2. a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Montrer que la droite $\mathscr{D}: y=-x+1$ est une asymptote à $\mathscr{C}$. Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à $\mathscr{D}$.

3. a) Vérifier que pour tout $x>0$, on a : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$

b) Dresser le tableau de variations de f.

Qarray.tn - Agra Blech- Qarray.tn

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com